

NOVEMBER/DECEMBER 2025

23UEMA33 — MATHEMATICAL
STATISTICS — I

Time : Three hours

Maximum : 75 marks



SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

Prove that if F is the distribution function of the random variable X and if $a < b$ then $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$.

F என்பது நிகழ்தகவு பரவற்சார்பலன் என்க மற்றும் $a < b$ எனில் $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$ என நிறுவுக.

2. Write any one of the properties of continuous distribution function.

தொடர் மாறியின் பரவற்சார்பலனின் பண்பில் ஏதேனும் ஒன்றினை எழுதுக.

3. Define Mathematical expectation for continuous case.

தொடர் மாறியின் கணிதவியல் எதிர்சார்பினை வரையறுக்க.

4. Explain Co-variance of the random variables X and Y .

X மற்றும் Y ன் உடன் மாறுபாட்டினை வரையறு.

5. State the additive property of cummulants.

குமுலென்ட்ஸ்'ன் கூடுதல் நியதியினை எழுதுக.

6. Define characteristic function of a random variable X .

X என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் பண்புச் சார்பலனை வரையறு.

7. Define Poisson distribution.

பாய்சான் பரவல் – வரையறு.

8. Define Gamma distribution.

காமா-பரவல் – வரையறு.

9. Write any two properties of Normal distribution.

இயல் நிலை பரவலின் ஏதேனும் இரண்டு பண்புகளை எழுதுக.

10. Write the values of β_1 and β_2 for Gamma distribution.

காமா பரவலில் β_1 மற்றும் β_2 மதிப்பினை எழுதுக.

18. State and prove Chebyshive's inequality.

செபிசெவ்'வின் சமனிலியினை எழுதி நிறுவுக.

19. Derive the recurrence relation for moments of Poisson distribution.

பாய்சான் பரவலில் திருப்புத்திறன் மீளத் தருவிக்கின்ற தொடர்பினை தருவி.

20. Derive the mean and variance of $N(\mu, \sigma^2)$.

$N(\mu, \sigma^2)$ என்ற பரவலின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு தருவி.



SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions

16. If $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

then find

(a) $P(X = 1 \text{ or } 2)$ and

(b) $P\left\{\frac{1}{2} < X < \frac{5}{2} / x > 1\right\}$

$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{மற்றவை} \end{cases}$

எனில்

(அ) $P(X = 1 \text{ or } 2)$ மற்றும்

(ஆ) $P\left\{\frac{1}{2} < X < \frac{5}{2} / x > 1\right\}$ ஆகியன காண்க.

17. What is the expectation of the number of failures preceding the first success in an infinite series of independent trials with consistent probability P of success in each trial?

P ஐ நிகழ்தகவாக கொண்ட ஒரு முடிவுற்ற சோதனையில் ஒரு தோல்விக்கு முன்னால் கிடைக்கும் வெற்றியின் எதிர்பார்த்தலின் மதிப்பு காண்க.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) Find the value of k from the following function

$f(x) = k e^{-b(x-a)}, a \leq x \leq \infty, b > 0.$

கீழ்க்கண்ட பரவற்சார்பலனில் k -ன் மதிப்பினை காண்க.

$f(x) = k e^{-b(x-a)}, a \leq x \leq \infty, b > 0$

Or

(b) The joint probability density function of (X, Y) is

$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

Verify (X, Y) are independence.

கீழே கண்ட இணை பரவற் சார்பலனில் X மற்றும் Y ஒன்றுக்கு ஒன்று சாராதது என சோதனை செய்.

$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

12. (a) If X and Y are independent random variables, then prove that

$$E[h(X) \cdot k(Y)] = E[h(X)] \cdot E[k(Y)].$$

X மற்றும் Y என்பன ஒன்றையொன்று சாரா சமவாய்ப்பு மாறிகள் எனில்

$$E[h(X) \cdot k(Y)] = E[h(X)] \cdot E[k(Y)] \quad \text{என நிறுவுக.}$$

Or

- (b) If X is a random variable, then prove that $V(aX + b) = a^2 V(X)$.

X என்பது ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி எனில் $V(aX + b) = a^2 V(X)$ என நிறுவுக.

13. (a) State the limitations of MGF.

MGFன் எல்லைகளை எழுதுக.

Or

- (b) If X_1 and X_2 are independent random variables then show that $\phi_{X_1+X_2}(t) = \phi_{X_1}(t) \cdot \phi_{X_2}(t)$.

X_1 மற்றும் X_2 ஒன்றையொன்று சாரா மாறிகள் எனில் $\phi_{X_1+X_2}(t) = \phi_{X_1}(t) \cdot \phi_{X_2}(t)$ என நிறுவுக.

14. (a) Find mean and variance of Poisson distribution.

பாய்சான் பரவலின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடுகளை காண்க.

Or

- (b) Derive the characteristic function of geometric function.

வடிவ பரவலின் பண்புச் சார்பலனை தருவி.

15. (a) State and prove additive property of Gamma distribution.

காமா-பரவலில் கூடுதல் நியதியினை எழுதி நிறுவுக.

Or

- (b) Derive the MGF of Exponential distribution.

அடுக்கு பரவலின் திருப்புத்திறன் பிறப்பிக்கின்ற சார்பலனை தருவி.

